3ème T_{1-2-3}
Durée : 2 Heures
Date : le 29/05/2006
Coefficient : 3

Devoir de Synthèse N°3
Mathématiques

Lycée Secondaire Teboulba

Exercice N°1: (6 points)

Une urne contient neuf boules indiscernables au toucher :

5 boules Rouges numérotées : 1, 2, 2, 2, 2 et 4 boules Noires numérotées : 1, 1, 1, 2.

1-/ On tire simultanément 3 boules de l'urne. Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « 3 boules portant le même numéro ».

B : « 3 boules de même couleurs ».

C : « les 3 boules tirées sont de même couleurs et portent le même numéro ».

D : « une seule boule rouge portant le numéro 2 ».

E : « obtenir une seule boule rouge et une seule boule porte le numéro 2 ».

F: « au moins une boules Noires ».

2-/ On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne.

Déterminer la probabilité des événements suivants :

G : « obtenir 2 boules Noires ».

H : « obtenir une boule numérotée 1 pour la première fois au 2ème tirage ».

Exercice N°2: (6 points)

Soit $\mathcal{R} = \left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ un repère orthonormé de l'espace ξ. On donne les points $A(1,2,0)$ et $B(-1,0,1)$

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

2. Soit la droite $D : \begin{cases} x = \beta + 1 \\ y = 3 \\ z = -\beta \end{cases}$; $\beta \in IR$

Montrer que D et (AB) ne sont pas coplanaires.

3. Soit $\mathcal{P}$ le plan contenant (AB) et parallèle à D.

Montrer qu'une équation cartésienne de $\mathcal{P}$ est : $2x - y + 2z = 0$.

4. On considère le plan $\mathcal{Q}$ d'équation : $x - z - 2 = 0$

a) Montrer que $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ sont perpendiculaires.

b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\Delta = \mathcal{P} \cap \mathcal{Q}$.

5. Soit le point $I(d+1, -d, 2)$ (d un paramètre réel)

a) Déterminer la valeur de d pour que $I \in \mathcal{Q}$.

b) On prend $d = 3$

Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ' qui passe par I et perpendiculaire à $\mathcal{Q}$.

Exercice N°3: (8 points)

Soit la fonction f_m définie par : $f_m(x) = \dfrac{x^2+mx-2}{x-1}$; où m un paramètre réel.

On désigne par $\mathscr{C}_m$ la courbe représentative de f_m dans un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O,\vec{i},\vec{j})$.

I – 1. Soit f_m' la fonction dérivée de f_m. Calculer $f_m'(x)$.

2. Donner suivant les valeurs de m les tableaux de variations de f_m avec $m \neq 1$.

3. Montrer que $f_m(x) = x+(m+1)+\dfrac{m-1}{x-1}$ pour tout $x \in D_{f_m}$.

4. Montrer que la droite Δ d'équation $x=1$ et la droite Δ' d'équation $y=x+(m+1)$ sont deux asymptotes à $\mathscr{C}_m$.

5. a) Déterminer les coordonnées du point Ω_m l'intersection de Δ et Δ'.

b) Montrer que le point de coordonnées $(1, m+2)$ est un centre de symétrie à $\mathscr{C}_m$.

II – **On prend $m=2$** et on pose $f=f_2$ et $\mathscr{C}=\mathscr{C}_2$.

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3. Soit la droite D_k d'équation cartésienne : $y=kx$ avec $k \in IR\setminus\{1\}$

a) Montrer que la droite D_k rencontre $\mathscr{C}$ en deux points distincts M_1 et M_2 pour $k \neq 1$

b) Soit J le milieu de $[M_1M_2]$.

✓ Déterminer les coordonnées de J en fonction de k.

✓ Montrer que lorsque k varie, J décrit la courbe $(\mathscr{C}')$ d'équation : $y=\dfrac{2x^2+2x}{2x-1}$

Bon Travail